9. Legea atracției universale

Corpurile pot să interacționeze nu numai când sunt în contact direct, dar și când sunt la distanță unul de altul.

• Interacțiunea la distanță se realizează prin intermediul unui **câmp fizic**, cum ar fi: câmpul gravitațional, câmpul electric, magnetic.

• **Legea atracției universale** (formulată de Newton): între oricare două corpuri de mase m_1 și m_2, considerate punctiforme în raport cu ditanța dintre ele se manifestă o forță gravitațională de atracție care acționează de-a lungul liniei ce unește corpurile și care are modulul

$$F = K\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

$K = 6{,}673 \cdot 10^{11}\ \mathrm{N \cdot m^2/kg^2}$ este constanta atracției universale;
r este distanța dintre cele două corpuri (Fig. 1).

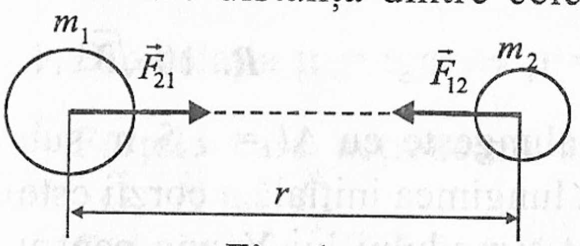


Fig. 1

Vectorial, legea se scrie:

$$\vec{F}_{12} = -K\frac{m_1 m_2}{r^3} \cdot \vec{r}_{12};$$

$$\vec{F}_{21} = -K\frac{m_1 m_2}{r^3} \cdot \vec{r}_{21};\quad \vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$$

$\vec{r}_{12}$ este vectorul de poziție al corpului 2 față de corpul 1
$\vec{r}_{12} = -\vec{r}_{21}$; $|\vec{r}_{12}| = |\vec{r}_{21}| = r$.

• Masa gravitațională sau masa grea este masa unui corp capabil să genereze câmp gravitațional. Experimental s-a dovedit că masa gravitațională este egală cu masa inertă.

• Forța de atracție gravitațională dintre Pământ, a cărui masă o notăm M_P și un corp de masă $m << M_P$ numit corp de probă, aflat la distanța r de centrul Pământului (Fig. 2) se exprimă prin relația:

$$G = mg = K\frac{M_P \cdot m}{r^2},$$

de unde rezultă accelerația gravitațională la o distanță r de centrul Pământului (vezi figura alăturată).

$$g(r) = K\frac{M_P}{r^2}$$

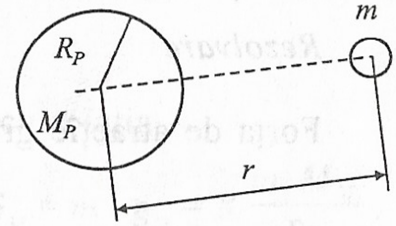


Fig. 2

• Pentru $r = R_P$ (raza Pământului) se găseşte accelerația gravitațională la suprafața Pământului:

$$g_0 = K\frac{M_P}{R_P^2}.$$

• La altitudinea h (față de suprafața Pământului), accelerația gravitațională are expresia:

$$g(h) = K\frac{M_p}{(R_p + h)^2}$$; ea scade odată ce h creşte.

• Pentru un corp de masă M considerat sursă a câmpului gravitațional şi un corp de masă m aflat într-un punct al câmpului la distanța r, forța de interacțiune gravitațională se scrie $\vec{F} = -K\frac{Mm}{r^3} \cdot \vec{r}$, iar modulul $F = K\frac{Mm}{r^2}$

Intensitatea câmpului gravitațional $\vec{\Gamma}$ se defineşte prin relația:

$$\vec{\Gamma} = \frac{\vec{F}}{m}.$$

Deci, $\vec{\Gamma} = -K\frac{M}{r^3} \cdot \vec{r}$, iar în modul, intensitatea câmpului gravitațional într-un punct este

$$\Gamma = K\frac{M}{r^2}$$

$$[\Gamma]_{SI} = N/kg$$

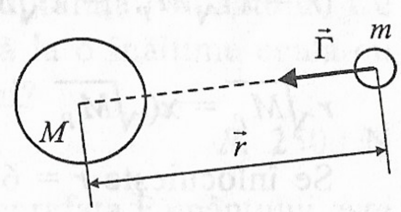


Fig. 3

Vectorul $\vec{\Gamma}$ este orientat spre corpul generator de câmp (Fig. 3); $\Gamma(r) = g(r)$.

• Se numeşte **linie de câmp** linia imaginară, tangentă în orice punct la vectorul $\vec{\Gamma}$.

• Câmpul gravitațional este **uniform** dacă vectorul $\vec{\Gamma}$ este acelaşi în orice punct, iar liniile de câmp sunt paralele şi echidistante.

Aplicaţii

1. Care este forţa de atracţie gravitaţională dintre Pământ şi Lună dacă masa Pământului este $M_P = 6 \cdot 10^{24}$ kg, masa Lunii $M_L = 7{,}2 \cdot 10^{22}$ kg, iar distanţa dintre centrele lor $R = 384000$ km?

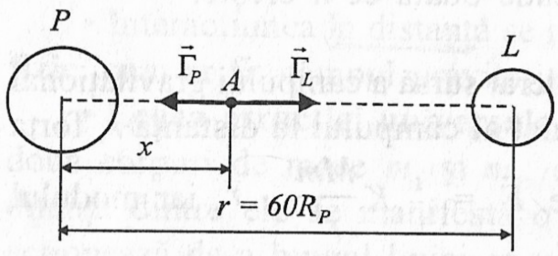
Rezolvare

Forţa de atracţie gravitaţională este $F = K\dfrac{M_P M_L}{R^2}$

$$F = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \text{N m}^2/\text{kg}^2\ \frac{7{,}2\cdot 10^{22}\ \text{kg} \cdot 6\cdot 10^{24}\ \text{kg}}{(384000\cdot 10^3\ \text{m})^2} = 2 \cdot 10^{20}\ \text{N}.$$

2. La câte raze terestre depărtare de centrul Pământului câmpul gravitaţional rezultant al Pământului şi al Lunii este nul? Distanţa Pământ–Lună este egală cu 60 raze terestre, iar raportul maselor $M_P/M_L = 81$.

Rezolvare



În figura alăturată $\vec{\Gamma}_P$, este intensitatea câmpului gravitaţional creat de Pământ în punctul A, iar $\vec{\Gamma}_L$ este intensitatea câmpului gravitaţional creat de Lună în acelaşi punct.

În punctul A presupunem că se anulează câmpul gravitaţional rezultant: $\vec{\Gamma}_P + \vec{\Gamma}_L = 0$, de unde rezultă $\Gamma_P = \Gamma_L$

$$\Gamma_P = K\frac{M_P}{x^2};\ \Gamma_L = K\frac{M_L}{(r-x)^2};\ K\frac{M_P}{x^2} = K\frac{M_L}{(r-x)^2} \Rightarrow \frac{M_P}{x^2} = \frac{M_L}{(r-x)^2};$$

$$M_P(r-x)^2 = x^2 M_L;\ \sqrt{M_P(r-x)^2} = \sqrt{x^2 M_L}$$

$$(r-x)\sqrt{M_P} = x\sqrt{M_L} \Rightarrow r\sqrt{M_P} - x\sqrt{M_P} = x\sqrt{M_L} \Rightarrow$$

$$r\sqrt{M_P} = x(\sqrt{M_P} + \sqrt{M_L}) \Rightarrow x = \frac{r\sqrt{M_P}}{\sqrt{M_P} + \sqrt{M_L}}$$

Se înlocuieşte $r = 60R_P$ şi se împarte numărătorul şi numitorul la $\sqrt{M_L}$:

$$x = \frac{60R_P\sqrt{\dfrac{M_P}{M_L}}}{\sqrt{\dfrac{M_P}{M_L}} + 1} = \frac{60R_P\sqrt{81}}{\sqrt{81}+1} = \frac{540R_P}{10} = 54R_P.$$

3. Raza Pământului este de ≈ 2 ori mai mare decât raza planetei Marte, iar masa Pământului de ≈ 10 ori mai mare decât masa lui Marte. De câte ori greutatea unui om pe Marte este mai mică decât greutatea sa pe Pământ?

Rezolvare

$R_P = 2R_M$; $M_P = 10\ M_M$

Greutatea unui om pe Pământ se exprimă cu relația

$G_P = m \cdot g_P = K\dfrac{m \cdot M_P}{R_P^2}$, iar pe Marte este $G_M = m \cdot g_M = K\dfrac{m \cdot M_M}{R_M^2}$.

Împărțim cele două ecuații membru cu membru:

$$\frac{G_P}{G_M} = \frac{\dfrac{m \cdot M_P}{R_P^2}}{\dfrac{m \cdot M_M}{R_M^2}} = \frac{m \cdot M_P}{R_P^2} \cdot \frac{R_M^2}{m \cdot M_M} = \frac{10M_M \cdot R_M^2}{4R_M^2 \cdot M_M} = \frac{10}{4} = 2{,}5.$$

$\dfrac{G_P}{G_M} = 2{,}5$. Deci, greutatea unui om pe Marte este mai mică de 2,5 ori decât greutatea lui pe Pământ.

Probleme propuse

1. Să se calculeze valoarea accelerației gravitaționale pe planeta Neptun, știind că raza planetei este de 3,76 ori mai mare decât raza Pământului, iar masa este de 17,23 ori mai mare decât masa Pământului. Se cunoaște accelerația gravitațională a Pământului la nivelul mării $g_0 = 9{,}81\ m/s^2$.

R. $g_N = 11{,}87\ m/s^2$.

2. O rachetă are greutatea de 10000 N la suprafața Pământului. Ce greutate va avea racheta, atunci când ea se află la o înălțime egală cu raza Pământului deasupra suprafeței Pământului?

R. 2500 N

3. Un obiect având greutatea de 20 N la suprafața Pământului este ridicat la o altitudine unde greutatea lui devine 10 N. Determinați accelerația datorată gravitației la această altitudine.

R. $4{,}9\ m/s^2$.